В. И. Жегалов

Казань, valentin.zhegalov@ksu.ru

К ГРАНИЧНЫМ ЗАДАЧАМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛИУВИЛЛЯ

Доклад можно считать продолжением исследования из [1], где основным моментом является построение в области $D = \{0 < x < a,\ 0 < y < b\}$ решения задачи Гурса для уравнения

$$u_{xy} = k \exp u, \quad k = \mathrm{const} > 0. \tag{1}$$

Здесь указанный результат из [1] применяется к двум задачам в треугольной области G, получаемой из D отсечением ее части, лежащей выше прямой $ay + bx = ab$. Лежащую на этой прямой часть границы области G обозначим Γ.

Задача 1. *Найти функцию* $u \in C(\overline{G}) \cap C^{10}(G \cup \Gamma) \cap C^{11}(G)$, *удовлетворяющую в* G *уравнению* (1) *и соотношениям*

$$u(x, 0) = \mu(x), \quad u_x|_\Gamma = m(x), \quad x \in [0, a].$$

Задача 2 *состоит в отыскании функции* $u \in C(\overline{G}) \cap$ $\cap C^{01}(G \cup \Gamma) \cap C^{11}(G)$, *тоже являющейся решением в* G *уравнения* (1), *но вместо* (2) *заданы*

$$u(0, y) = \nu(y), \quad u_y|_\Gamma = n(y), \quad y \in [0, b].$$

В однородной постановке ($m \equiv \mu \equiv 0$, $n \equiv \nu \equiv 0$) обе задачи неразрешимы. Разрешимость же неоднородных задач связана с выполнением требований:

1) $m \in C^1[0, a]$, $\mu \in C^2[0, a]$, $m > \mu'$, $m^2 - (\mu')^2 > 2(m' - \mu'')$, $x \in [0, a)$;

2) $m(a) = \mu'(a)$, $a[m'(a) - \mu''(a)] + bk \exp \mu(a) = 0$;

3) $n \in C^1[0,b]$, $\nu \in C^2[0,b]$, $n > \nu'$, $n^2 - (\nu')^2 > 2(n' - \nu'')$, $y \in [0,b)$;

4) $n(b) = \nu'(b)$, $b[n'(b) - \nu''(b)] + ak \exp \nu(b) = 0$.

А именно, имеет место

Теорема. *Задачи* 1 *и* 2 *однозначно разрешимы в явном виде при условиях* 1) – 2) *и* 3) – 4) *соответственно.*

Исследованы и некоторые другие аспекты развития результатов из [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Жегалов В. И., Кунгурцев А. А. *О характеристических граничных задачах для уравнения Лиувилля* // Изв. вузов. Матем. – 2008. – № 11. – С. 40–47.

И. В. Журавлев, А. Ю. Игумнов

Волгоград, igor.zhuravlev@volsu.ru, alexander.igumnov@volsu.ru

ОБЩИЙ ИНТЕГРИРУЮЩИЙ МНОЖИТЕЛЬ ДЛЯ СЕМЕЙСТВА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ФОРМ

В теории дифференциальных уравнений хорошо известна задача о нахождении интегрирующего множителя для уравнения Пфаффа [1]. При решении этой задачи указываются необходимые и достаточные условия, обеспечивающие для дифференциальной формы первого порядка ω существование такой функции $I\,(x)$ (интегрирующего множителя), что форма $I\,(x)\,\omega\,(x)$ замкнута. Эта задача находит приложения в ряде разделов математики и в теоретической физике [2].